

## Розв'язки. 9 клас

1. Розв'язати нерівність  $2387x^2 + 5938x - 8325 < 0$  та вказати суму цілих коренів. У разі неможливості знайти суму, у відповідь записати число 1000.

Оскільки в квадратного рівняння  $2387x^2 + 5938x - 8325 = 0$  сума коефіцієнтів дорівнює нулю, то корені будуть дорівнювати  $x_1 = 1$  та  $x_2 = -\frac{8325}{2387}$ . Отже розв'язки нерівності будуть належати проміжку  $x \in \left(-\frac{8325}{2387}; 1\right)$ . На цьому проміжку такі цілі корені: -3, -2, -1, 0. Отже сума дорівнює -6.

Відповідь: -6.

2. Вказати кількість цілих коренів нерівності  $x^2 - 4x + \frac{7}{x-5} \geq \frac{7x-21}{(x-3)(x-5)} - 3$  на проміжку  $[0; 100]$ .

Оскільки  $x \neq 3$ ,  $x \neq 5$  та враховуючи, що  $\frac{7}{x-5} = \frac{7x-21}{(x-3)(x-5)}$ , маємо, що початкова нерівність еквівалентна системі 
$$\begin{cases} x^2 - 4x + 3 \geq 0, \\ x \neq 3, \\ x \neq 5. \end{cases}$$

Розв'язком системи буде проміжок  $x \in (-\infty; 1] \cup (3; 5) \cup (5; +\infty)$ . На проміжку  $[0; 100]$  буде  $101-3=98$  цілих коренів.

Відповідь: 98.

3. Розв'язати рівняння  $f(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ , якщо  $f(x) = \frac{x+1}{x^2}$ . Корені рівня перелічити від меншого до більшого через крапку з комою (наприклад 1; 2; 3; 4). Якщо рівняння не має коренів – у відповідь записати число 1000.

Умова  $f(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ , після підстановки перетвориться на таку рівність

$$\frac{x+1}{x^2} = \frac{\frac{1}{x}+1}{\left(\frac{1}{x}\right)^2}. \text{ Оскільки } x \neq 0, \text{ то отримаємо рівняння } (x+1)(x^3-1) = 0,$$

яке має корені -1 та 1.

Відповідь: -1; 1.

4. Нехай функція  $f(x)$  визначена для всіх  $x \neq 0$ . Обчислити  $f(1)$ , якщо для всіх  $x \neq 0$  виконується рівність  $f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$ .

В рівність  $f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$  підставимо значення  $x = 1$ . Отримаємо  $f(1) + 3f(1) = 1$ . Звідки  $f(1) = \frac{1}{4} = 0,25$ .

Відповідь: 0,25.

5. Нехай функція  $f(x)$  визначена для всіх  $x \neq 0$ . Обчислити  $2^5 \cdot f(2)$ , якщо для всіх  $x \neq 0$  виконується рівність

$$f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2.$$

Якщо в рівність  $f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$  підставимо значення  $x = 2$ , то отримаємо  $f(2) + 3f\left(\frac{1}{2}\right) = 4$ . А якщо підставимо  $x = \frac{1}{2}$ , то отримаємо  $f\left(\frac{1}{2}\right) + 3f(2) = \frac{1}{4}$ . Звідки  $f(2) = -\frac{13}{32}$ , а  $2^5 \cdot f(2) = -13$ .

Відповідь: -13.